

Obr. 6.105. Obtékání těles
a) dokonalou tekutinou, b) skutečnou tekutinou,
c) silové účinky – vztlaková síla a odpor tělesa,
d) třecí odpor desky, e) tlakový odpor desky

6.13 OBTÉKÁNÍ A ODPOR TĚLES

Při obtékání tělesa ideální tekutinou je odpor nulový, neboť proudnice dokonale sledují povrch tělesa (obr. 6.105a). Při obtékání tělesa skutečnou tekutinou se mění směr i velikost rychlosti tekutiny, která obtéká těleso (obr. 6.105b). Působení viskozity tekutiny se vyvolávají silové účinky mezi proudící tekutinou a obtékáným tělesem (obdobně je tomu při pohybu tělesa v klidném prostředí). Obecně se silové účinky rozdělují na vztlakovou sílu, která působí kolmo na rychlosť nenarušeného proudu a odpor tělesa, což je síla, která působí ve směru pohybu a v opačném smyslu (obr. 6.105c). Vztlaková síla vzniká při nesymetrickém obtékání symetrického tělesa (rychlosť tekutiny není ve směru osy symetrie – úhel náběhu $\alpha \neq 0$) nebo při obtékání nesymetrického tělesa.

Odpor tělesa se vyjadřuje vztahem

$$F_o = \frac{1}{2} \rho c_o S_p v_\infty^2 \quad (6.205)$$

kde c_o je součinitel odporu (celkového),

S_p – charakteristická plocha, např. přičný průřez tělesa, tj. plocha průmětu tělesa do roviny kolmé k ose symetrie,

v_∞ – rychlosť nenarušeného proudu.

Odpor tělesa se skládá z několika složek. Pro rychlosť značně nižší než rychlosť zvuku jsou to:

a) Třecí odpor, který je výsledným silovým účinkem tečných napětí v mezní vrstvě na povrchu obtékánoho tělesa a vyjadřuje se vztahem

$$F_f = \frac{1}{2} \rho c_f S_f v_\infty^2 \quad (6.206)$$

kde c_f je součinitel třecího odporu,

S_f – plocha, na níž se těleso stýká s tekutinou, tj. velikost smočené plochy.

Jsou možná i jiná určení plochy S_f podle dohody. Například v letectví se síly působící na křídlo vztahují na půdorysný průměr při nulovém úhlu náběhu α (viz vysvětlení u rovnice (6.242)). Třecí odpor je typický při obtékání desky proudem tekutiny ve směru jejího povrchu (obr. 6.105d).

b) Tlakový odpor, který vzniká při odtržení proudu od tělesa a vzniku vířivé oblasti (obr. 6.105b). Proudnice nesledují přesně tvar obtékánoho povrchu tělesa následkem viskozního tření, kdy dochází k úbytku kinetické energie částic v mezní vrstvě na nulu, a následkem setrvánosti částic tekutin při značném zakřivení proudu. Typickým příkladem je deska obtékána proudem tekutiny ve směru normálny povrchu desky (obr. 6.105e). Tlakový odpor se vyjadřuje vztahem

$$F_p = \frac{1}{2} \rho c_p S_p v_\infty^2 \quad (6.207)$$

kde c_p je součinitel tlakového odporu,

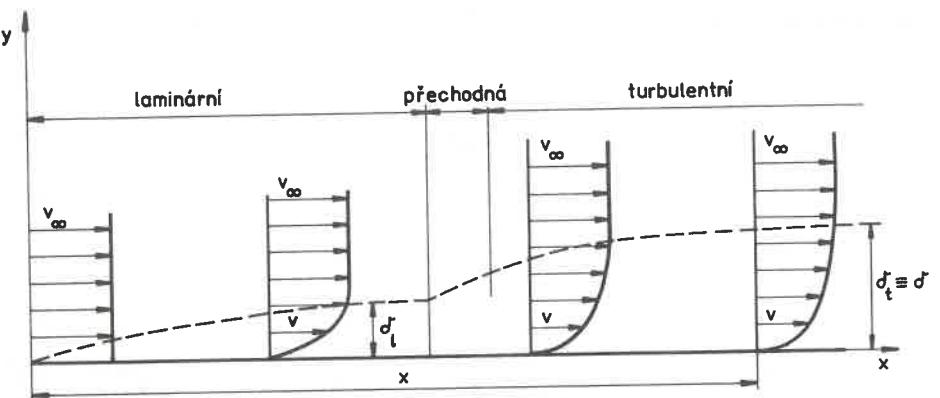
S_p – přičný průřez tělesa (viz definice u celkového odporu – rovn. (6.205)).

Poznámka: Tlakový odpor bývá označován také jako tvarový (profilový), což bývalo dříve zvykem v letectví.

c) Indukovaný odpor, který vzniká při obtékání těles konečné délky a je spojen se vznikem vztlaku. Například na koncích křídel vznikají okrajové víry, které indukují na křídle síly proti pohybu – zvyšují odpor tělesa.

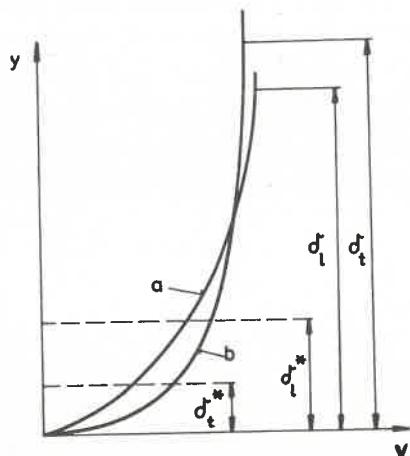
Ve většině případů se vyskytuje výsledný odpor složený z třecího a tlakového a nelze je zjistit měřením odděleně. V těchto případech se vyjadřuje vztahem pro celkový odpor (6.205), kde plocha S_p může být dohodou stanovena jako plocha S_f (viz vysvětlení u rovnice (6.206)).

Protože se představy o mechanismu třecího odporu těles obtékávaných proudem tekutiny a metody výpočtu třecího odporu zakládají na teorii mezní vrstvy, povšimněme si jí blíže. Pojem mezní vrstvy zavedený Prandtlem si vysvětleme na příkladě obtékání tenké roviné desky umístěné rovnoběžně s proudnicemi (obr. 6.106). Částice, které se přibližují k desce, mají stejnou rychlosť v_∞ . Částice skutečné tekutiny na povrchu desky ulípí a mají rychlosť nulovou. Částice, které se pohybují blízko desky, jsou brzděny pomalejšími částicemi u obtékánoho povrchu a přeměňují část své kinetické energie třením na teplo. Tato změna rychlosť (ve směru kolmém na desku) od rychlosť deskou neovlivněné (tj. hodnoty



Obr. 6.106. Vývoj mezní vrstvy na desce

potenciálního proudu, kterou dostaneme řešením Eulerových rovnic) až po nulovou rychlosť na stěně probíhá v poměrně tenké vrstvě tekutiny na obtékaném povrchu, kterou nazýváme mezní vrstvou. Protože tření po délce desky stále zbrzduje částice tekutiny, přenáší se částice vzdálenější od povrchu, do mezní vrstvy vstupují další částice tekutiny a mezní vrstva narůstá. Rychlostní profily mají spojitý přechod z nulové rychlosťi na stěně do plné rychlosťi ve vnějším proudu. V dostatečné vzdálenosti x od náběžné hrany, tj. pro dosti velká místní Reynoldsova čísla $Re_x = \frac{v_\infty x}{\nu}$, jsou si rychlostní profily podobné a jejich tvar nezávisí na vzdálenosti x . Znázorníme-li závislost $\frac{y}{\delta}$, kde δ je tloušťka mezní vrstvy, na hodnotě $\frac{v}{v_\infty}$, dostaneme vždy touž křivku vyvinutého rychlostního profilu mezní vrstvy. Mezní vrstva na počátku desky laminární přechází na dalším úseku v turbulentní s laminární podvrstvou. Tvar rychlostního profilu, který podle velikosti Reynoldsova čísla může být laminární $Re_x < 10^5$ nebo turbulentní $Re_x > 10^5$, je na obr. 6.107. Jak je z obrázku patrno, má turbulentní mezní vrstva plnější rychlostní profil ve srovnání s laminárním, což je způsobeno turbulencí v části turbulentní mezní



Obr. 6.107. Tloušťky mezní vrstvy
a) laminární, b) turbulentní

vrstvy. Rychlostní profily mezní vrstvy na obrázku nejsou zakresleny ve stejném měřítku. Tloušťka mezní vrstvy δ je velmi malá ve srovnání s rozměry tělesa a představuje setiny až tišiciny charakteristické délky tělesa.

Uvedená tloušťka mezní vrstvy není pojmenován, neboť rychlosť tekutiny od stěny se blíží rychlosťi vnějšího proudu asymptoticky. Proto se v teorii mezní vrstvy zavádí několik definicí tloušťky mezní vrstvy.

Konvekční tloušťka δ mezní vrstvy je kolmá vzdálenost od stěny, kde rychlosť dosahuje dohodnuté rychlosťi, zpravidla 99 % rychlosťi vnějšího proudu. Za mezní vrstvu se tedy počítá ta část toku, kde je rychlosť menší než 99 % rychlosťi vnějšího proudu (obr. 6.107). Tloušťka mezní vrstvy je definována několika způsoby:

Posunovací (odtlačovací) tloušťka mezní vrstvy udává posunutí obtékaného povrchu do proudu tekutiny tak, aby průtok skutečné tekutiny mezní vrstvou a průtok dokonalé tekutiny kolem posunutého obrysů tělesa byl stejný. Je proto měřítkem relativního úbytku průtoku v mezní vrstvě a je definována vztahem

$$\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{v}{v_\infty}\right) dy \quad (6.208)$$

který vyplývá z rovnice

$$(\delta - \delta^*) v_\infty = \int_0^\delta v dy = Q_{vm}$$

Impulsová tloušťka je určena obdobně tak, aby se úbytek hybnosti částic skutečné kapaliny v mezní vrstvě rovnal hybnosti částic dokonalé tekutiny protékající mezi posunutým obrysem o δ a skutečným obrysem. Udává tedy relativní úbytek hybnosti tekutiny a je definována vztahem

$$\delta = \int_0^\infty \left(1 - \frac{v}{v_\infty}\right) \frac{v}{v_\infty} dy \quad (6.209)$$

který vyplývá z rovnice úbytku hybnosti

$$Qv_\infty^2 = \int_0^\delta (v - v_\infty) v dy$$

Energetická tloušťka udává obdobně relativní úbytek energie a je definována vztahem

$$\delta^{**} = \int_0^\infty \left(1 - \frac{v^2}{v_\infty^2}\right) \frac{v}{v_\infty} dy \quad (6.210)$$

Tyto tloušťky mezní vrstvy se vyskytují při matematickém řešení problémů mezní vrstvy.

6.13.1 Prandtlova rovnice pro mezní vrstvu

Stacionární proudění nestlačitelné viskózní kapaliny při zanedbání vnějších hmotnostních sil je popsáno pohybovými rovnicemi Navierovými – Stokesovými. Ve vektorovém tvaru jsou dány rovnici

$$\mathbf{v} \cdot \operatorname{grad} \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + v \Delta \mathbf{v}$$

a rovnici kontinuity

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

Pro dvouzměrný případ obtékání rovinné desky můžeme v kartézském souřadném systému psát

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) \quad (6.211)$$

$$v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) \quad (6.212)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (6.213)$$

Systém uvedených nelineárních parciálních diferenciálních rovnic je tak komplikovaný, že jej lze řešit velmi obtížně, a to jen v několika speciálních případech, např. předpokládáme-li proudění s malou viskozitou. Toto řešení provedené Prandtlem r. 1904 vychází z úvahy srovnávat řád funkcí, jejichž argument nabývá určitých hodnot v uvažovaném obooru, a zanedbání členů nižších řádů. Pro případ, že jeden výraz bude alespoň o řád menší než výraz druhý, použijeme symbolu \ll , při řádové shodě symbolu \approx .

Předpokládejme, že úseky ve směru osy x a složky rychlosti v_x v tomto směru jsou řádu jednotek, úseky ve směru osy y jsou řádu tloušťky mezní vrstvy δ , tedy řádu nižšího (při velkých Reynoldsových číslech byl zaveden předpoklad, že tloušťka mezní vrstvy je proti ostatním rozměrům zanedbatelná). Dále platí, že pro případ podélného obtékání rovinné desky je tlak podél desky konstantní, a tedy $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$.

Další podmínka, kterou je možno odvodit, je $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ a znamená, že tlak v mezní vrstvě na kolmici k povrchu obtékáho tělesa je stejný. Z toho vyplývá, že tlak vnějšího proudu se přenáší přes mezní vrstvu k povrchu tělesa beze změny. Z uvedeného vyplývá, že $\frac{\partial v_x}{\partial x} \approx 1$ a z rovnice kontinuity (oba členy na levé straně rovnice musí být veličiny stejněho řádu)

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} \approx 1$$

Protože podle uvedeného předpokladu $y \approx \delta$, musí také platit, že $v_x \approx \delta$ a pro velká Reynoldsova čísla $\delta \ll x$. V rovnici (6.211) pak jsou

$$v_x \approx 1, \quad \frac{\partial v_x}{\partial x} \approx 1, \quad v_y \approx \delta, \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} \approx 1, \quad \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \approx 1, \quad \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \approx \frac{1}{\delta^2}$$

z čehož vyplývá

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

a člen

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}$$

můžeme zanedbat.

Aby rovnice nepozbyla smyslu, musí být také zjednodušený člen

$$v \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \text{ řádu 1}$$

Z toho plyne, že $v \approx \delta^2$, a tedy $\delta \approx \sqrt{v}$.

Pohybová rovnice pro mezní vrstvu po zjednodušení je

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = v \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$$

V rovnici (6.212) jsou opět

$$v_x \approx 1, \quad \frac{\partial v_y}{\partial x} \approx \delta, \quad v_y \approx \delta, \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} \approx 1, \quad \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \approx \delta, \quad \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \approx \frac{1}{\delta}$$

a člen

$$\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}$$

z čehož vyplývá, že člen $\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2}$ je možno zanedbat. Protože všechny členy této rovnice jsou řádu δ , tato rovnice odpadá.

Proudění tekutiny v laminární mezní vrstvě podél rovinné desky za podmínek uvedených v úvodu kapitoly je tedy popsáno rovnicemi

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = v \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (6.214)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (6.215)$$

a okrajovými podminkami: pro $y = 0$ je $v_x = 0, v_y = 0$; pro $y \rightarrow \infty$ je $v_x = v_\infty$. (6.216)

Tyto dvě diferenciální rovnice je možno transformovat v jednu rovnici, použíme-li novou proměnnou Ψ , tzv. proudovou funkci, která je definována vztahy známými z potenciálního proudění:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}; \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (6.217)$$

Po dosazení v_x, v_z z rovnice (6.217) do rovnice (6.214) dostaneme

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3} \quad (6.218)$$

která je základem pro stanovení součinitele tření c_f desky, jakož i tloušťky laminární mezní vrstvy při podélném obtékání desky.

6.13.2 Třecí odporn na desce

Jak již bylo řečeno v úvodu této kapitoly, vzniká třecí odpor v mezní vrstvě a jeho velikost je dána vztahem (6.206). Velikost součinitele třecího odporu je dána druhem proudění v mezní vrstvě (laminární nebo turbulentní), a tím veličinou Reynoldsova čísla. Provedme odvození velikosti součinitelů třecího odporu pro laminární a dále i pro turbulentní proudění.

Pro laminární podélné obtékání desky dokázal Blasius v r. 1908, že diferenciální rovnici (6.218) je možno řešit, když vyjádříme proudovou funkci vztahem

$$\Psi(x, y) = \sqrt{v_\infty vx} f(\eta) \quad (6.219)$$

kde η je bezrozměrná proměnná

$$\eta(x, y) = \frac{y}{2} \sqrt{\frac{v_\infty}{vx}} \quad (6.220)$$

Ze vztahů (6.217), (6.219), (6.220) dostáváme

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{v_\infty}{2} \frac{df}{d\eta} \\ v_y &= -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{v_\infty v}{x}} \left(\eta \frac{df}{d\eta} - f \right) \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} &= -\frac{v_\infty \eta}{4x} \frac{d^2 f}{d\eta^2} \\ \frac{\partial v_x}{\partial y} &= \frac{v_\infty}{4} \sqrt{\frac{v_\infty}{vx}} \frac{d^2 f}{d\eta^2} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} &= \frac{v_\infty}{8} \frac{v_\infty}{vx} \frac{d^3 f}{d\eta^3} \end{aligned} \quad (6.221)$$

Po dosazení vztahů (6.221) do Prandtovy rovnice (6.214) dostaneme po úpravě obyčejnou diferenciální rovnici

$$\frac{d^3 f}{d\eta^3} + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0 \quad (6.222)$$

Tab. 6.7. Hodnoty pro laminární podélné obtékání desky při řešení rovnice (6.222)

η	$\frac{v_x}{v_\infty}$	f'	f''
0	0	0	1,328
0,4	0,265	0,529	1,310
0,8	0,517	1,034	1,187
1,2	0,729	1,458	0,912
1,6	0,876	1,752	0,556
2,0	0,955	1,911	0,257
2,4	0,988	1,976	0,087
2,8	0,996	1,995	0,022

s okrajovými podmínkami odpovídajícími vztahům (6.216):

$$\text{pro } \eta = 0 \text{ je } f = 0 \text{ a } \frac{df}{d\eta} = 0 \quad (6.223)$$

$$\text{pro } \eta \rightarrow \infty \text{ je } \frac{df}{d\eta} = 2$$

Rovnici (6.222) je možno řešit rozvojem funkce f v mocninovou řadu proměnné η v okolí bodu $\eta = 0$. Pro informaci a také pozdější úvahy jsou v tab. 6.7 uvedeny hodnoty $\frac{v_x}{v_\infty}$, $f' = \frac{df}{d\eta}$, $f'' = \frac{d^2 f}{d\eta^2}$ pro různé hodnoty bezrozměrné proměnné η definované rovnici (6.220). Tloušťku mezní vrstvy δ získáme z hodnot uvedených v tab. 6.7, uvažujeme-li podle dohody, že za tloušťku mezní vrstvy se volí ta vzdálenost od povrchu, kde bezrozměrná rychlosť dosahuje 99 % plné hodnoty, tedy při $\frac{v_x}{v_\infty} = 0,99$. Interpolací vypočteme $\eta = 2,5$. Platí tedy, že

$$\delta = 5,0 \sqrt{\frac{vx}{v_\infty}}$$

nebo ve tvaru

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5,0}{\sqrt{\frac{v_\infty x}{v}}} = \frac{5,0}{\sqrt{Re_x}} \quad (6.224)$$

Rychlostní gradient na stěně je dán rovnicí

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{v_\infty}{4} \left(\frac{v_\infty}{vx} \right)^{0,5} \frac{d^2 f}{d\eta^2} = 0,332 v_\infty \sqrt{\frac{v_\infty}{vx}} \quad (6.225)$$

Tečné napětí pro laminární proudění je dáno vztahem

$$\tau_o = \eta \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0}$$

Po dosazení za rychlostní gradient $\frac{\partial v_x}{\partial y}$ do (6.225) dostaneme

$$\tau_o = 0,332 \eta v_\infty \sqrt{\frac{v_\infty}{vx}} \quad (6.226)$$

Lokální součinitel třecího odporu c_{fx} se určí ze vztahu pro elementární třecí odpor $\tau_o dx = \frac{1}{2} \rho c_{fx} v_\infty^2 dx$ odpovídající rovnici (6.205)

$$c_{fx} = \frac{2\tau_o}{v_\infty^2 \rho}$$

Po dosazení za τ_o z rovnice (6.226) dostaneme

$$c_{fx} = \frac{0,664 \eta v_\infty \sqrt{\frac{v_\infty}{vx}}}{v_\infty^2 \rho} = 0,664 \sqrt{\frac{v}{v_\infty x}} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \quad (6.227)$$

Střední hodnotu součinitele třecího odporu c_f určíme integrací rovnice (6.227)

$$c_f = \frac{1}{l} \int_0^l c_{fx} dx = \frac{0,664}{l} \int_0^l \sqrt{\frac{v}{v_\infty x}} dx = 1,328 \sqrt{\frac{v}{v_\infty l}} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_l}} \quad (6.228)$$

Výpočet součinitele třecího odporu v turbulentní mezní vrstvě při podélném obtékání desky nelze provést exaktně. Vychází se proto z experimentálních výsledků a metod založených na impulsové větě, které umožňují vyjádřit přibližně třecí napětí ve vrstvě. (Přesné řešení by bylo možné jen metodami statistické mechaniky.)

Vyjádření rychlostního profilu turbulentní mezní vrstvy je vhodné v prvním přiblížení mocninovou funkcí (odstavec 6.4.2.2)

$$\frac{v_x}{v_\infty} = \left(\frac{y}{\delta_t} \right)^{1/7}$$

Dosadíme-li tuto závislost do vztahu pro výpočet impulsové tloušťky δ

$$\delta = \int_0^{\delta_t} \frac{v_x}{v_\infty} \left(1 - \frac{v_x}{v_\infty} \right) dy$$

dostaneme

$$\delta = \frac{7}{12} \delta_t \quad (6.229)$$

Tečné napětí na desce můžeme při turbulentním pohybu vyjádřit závislostí obdobnou rovnici (6.73a) pro potrubí (liší se konstantou)

$$\frac{\tau_o}{\rho v_\infty^2} = 0,0225 \left(\frac{v}{v_\infty \delta_t} \right)^{1/4} \quad (6.230)$$

Pro výpočet tloušťky turbulentní mezní vrstvy δ_t použijeme vztahu, který je možno odvodit z hybnostní věty. Na elementu dx desky působí tečné napětí τ_o a elementární síla (na jednotkové šířce desky) $\tau_o dx$, která vyvolá zmenšení hybnostního tlaku dH ve vrstvě kapaliny dy určené vztahem

$$\tau_o dx = dH = \rho \Delta v dQ_v = \rho(v_\infty - v) v dy$$

Z definice impulsové tloušťky mezní vrstvy vyplývá diferencováním vztah

$$d\delta = \frac{1}{v_\infty^2} (v_\infty - v) v dy$$

Z posledních rovnic se pak dostane vztah

$$\frac{\tau_o}{\rho v_\infty^2} = \frac{d\delta}{dx}$$

Předpokládáme-li, že turbulentní mezní vrstva začíná již od náběžné hrany ($x = 0$) a že její tloušťka je nulová $\delta_t(0) = 0$, dostaneme po dosazení rovnic (6.229), (6.230) a po integraci tloušťku turbulentní mezní vrstvy

$$\delta_t = 0,37 \left(\frac{v}{v_\infty} \right)^{1/5} x^{4/5} = \frac{0,37x}{\sqrt[5]{\frac{v_\infty x}{v}}} = \frac{0,37x}{\sqrt[5]{Re_x}} \quad (6.231)$$

Tečné napětí je pak dán výrazem

$$\frac{\tau_o}{\rho v_\infty^2} = 0,0289 \left(\frac{v}{v_\infty x} \right)^{1/5} \quad (6.232)$$

Součinitel třecího odporu v turbulentní mezní vrstvě se určí obdobným způsobem jako pro laminární proudění

$$c_f = \frac{0,072}{\sqrt[5]{\frac{v_\infty l}{v}}} = \frac{0,072}{\sqrt[5]{Re_l}} \quad (6.233)$$

kde $Re_l = \frac{v_\infty l}{v}$ je Reynoldsovo číslo celé desky, l je délka desky. Při srovnání s výsledky experimentálních měření se ukazuje, že uvedený vztah vyhovuje pro Reynoldsova čísla do $Re_l = 3 \cdot 10^6$ s konstantou 0,074 za předpokladu, že mezní vrstva začíná již od náběžné hrany. Pro vyšší Reynoldsova čísla $Re_l = 3 \cdot 10^6$ až 10^9 bývá uváděn vztah Karmánův

$$c_f = 0,455 (\log Re_l)^{-2,58} \quad (6.234)$$

který opět vyhovuje za předpokladu, že celá mezní vrstva začíná již od náběžné hrany.

Je-li mezní vrstva zpočátku laminární a po určité dráze se mění na turbulentní, dostaneme výsledný součinitel třecího odporu desky sečtením třecího odporu na obou částech desky (šířka desky b)

$$F_t = F_{tl} + F_{tr} = [1,328 l Re_l^{-0.5} + 0,074 (L Re_L^{-0.2} - l Re_l^{-0.2})] b \frac{v^2}{2} \rho$$

Z tohoto vztahu se určí celkový součinitel tření desky

$$c_f = 0,074 Re_L^{-0.2} - Re_L^{-1} (1,328 Re_l^{0.5} - 0,074 Re_l^{0.8}) \quad (6.235)$$

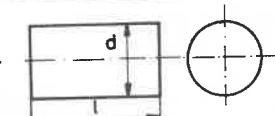
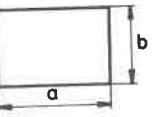
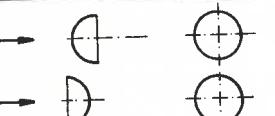
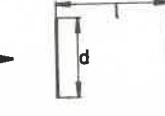
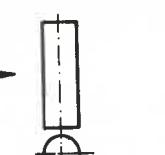
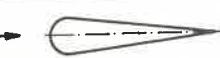
Pro $Re_l = 5 \cdot 10^5$ (přechod do turbulence) se dostane Prandtlem navržený vztah

$$c_f = 0,074 Re_L^{-1/5} - 1700 Re_L^{-1} \quad (6.236)$$

6.13.3 Tlakový odpor

Vlivem odtržení mezní vrstvy dochází k deformaci tlakového profilu na povrchu tělesa. Při tomto novém rozdělení tlaku je v přední oblasti tělesa oblast přetlaku, v oblasti zpětného proudění se vytváří podtlak. Vlivem nesymetrie tlakového profilu vzniká výsledná síla, tzv. tlakový (tvarový, profilový, čelní) tlakový odpor.

Tab. 6.8. Součinitelé odporu těles

	Kruhová deska	Re	c
		2	10
		20	2,8
		200	1,4
		2 000	1,1 až 1,12
	Válec	$\frac{l}{d}$	c
		1	0,91
		2	0,85
	Deska	$\frac{a}{b}$	c
		1	1,1
		2	1,15
		4	1,19
		10	1,29
		18	1,4
	Dutá polokoule		c
			0,3 až 0,4
			1,35 až 1,4
	Dvě kruhové desky	$\frac{l}{d}$	c
		1	0,93
		2	1,04
		3	1,52
	Válec při $Re = 90\ 000$	$\frac{l}{d}$	c
		1	0,63
		2	0,68
		5	0,74
		10	0,82
		40	0,98
	Profil minimálního odporu		c
			0,003 až 0,01

odpor. Velikost oblasti se zpětným prouděním (vířením) vznikající za tělesem je přičinou toho, že pro tělesa stejného příčného průřezu, ale různého tvaru, není tlakový odpor stejný.

Velikost tlakového odporu není také vždy jednoznačně dána příčným průřezem a Reynoldsovým číslem. Například pro kruhový válec obtékáný proudem tekutiny ve směru osy jsou hodnoty uvedené v tab. 6.8 závislé také na poměru $\frac{l}{d}$. Vysvětlení jevu, že delší válec má menší odpor, záleží v tom, že u delšího válce přilne proud k jeho povrchu, a tím se vírový prostor zmenší. Také pro obtékání obdélníkové desky kolmo k proudu tekutiny je součinitel tlakového odporu závislý na rozměru desky, a jak je patrné z tab. 6.8, se zmenšujícím se rozměrem klesá a dosahuje nejnižších hodnot pro čtvercovou desku, což je způsobeno přitíkáním tekutiny ze stran, čímž se zmenšuje úplav.

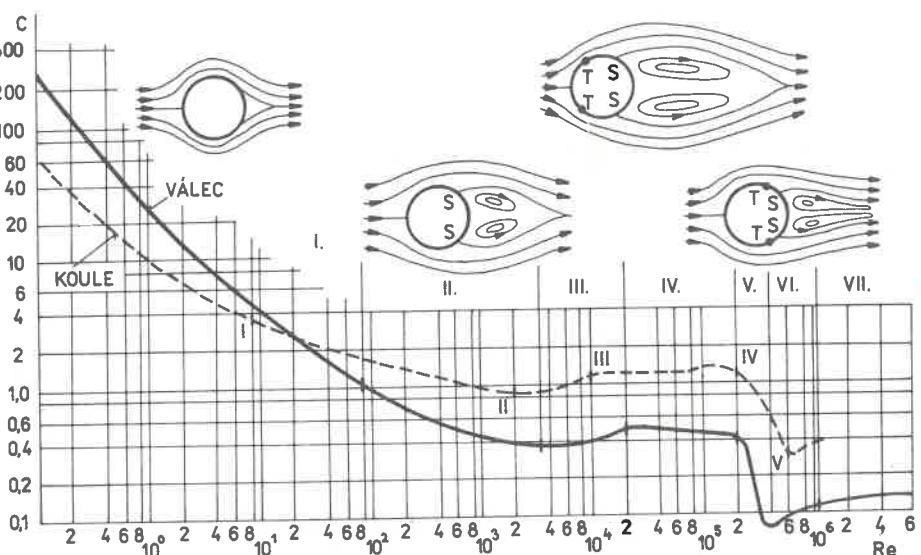
Součinitel tlakového odporu c_p pro různá tělesa uvedená v tab. 6.8 jsou orientační hodnoty pro vyšší rychlosti proudu. Jejich velikost je možno určit jen na základě experimentálních měření.

Například pro kruhovou desku průměru d umístěnou kolmo k proudu, obtékánou uklidněným proudem tekutiny rychlostí v_∞ , jsou určené hodnoty součinitele odporu c závislé na $Re = \frac{v_\infty d}{v}$ (tab. 6.8). Pro zcela malé rychlosti $Re \leq 1$ je možno užít Stokesův vzorec pro tzv. plíživý pohyb, odkud

$$c_p = \frac{8,7}{Re}$$

U oblých stěn se zpravidla udává celkový odpor, který je dán odporem třecím vznikajícím v mezní vrstvě, tj. na té části povrchu, kde nedošlo k odtržení proudu, a odporem tlakovým závislým na velikosti úplavu. Sledujme specifické vlastnosti obtékání spojeného s odtržením, např. koule a válce, které jsou nejpodrobněji zkoumány.

Závislost součinitele odporu na Reynoldsově čísle pro kouli a válec je uvedena na obr. 6.108, z něhož jsou patrný charakteristické oblasti změn součinitele odporu c . Například pro kouli při nižších Reynoldsových číslech (oblast I a II) součinitel celkového odporu c klesá s rostoucí hodnotou Re , a to obzvlášť intenzívne v oblasti malých Reynoldsových čísel $Re < 100$ (oblast I). V této oblasti má základní význam odpor třecí. V oblasti II dochází k odtržení proudu tekutiny v zadní části koule, což má za následek zmenšení poklesu součinitele odporu c . Oblast III je charakterizována mírným růstem součinitele odporu c , což je možno vysvětlit zvýšením víření v zadní části koule. Základní vliv má odpor tlakový. V oblasti IV je součinitel odporu c téměř konstantní, dochází však k přeměně způsobu obtékání koule. Laminární mezní vrstva přechází v bodě T ve vrstvu turbulentní, přičemž s růstem Reynoldsova čísla se mezi přechodu T přemisťuje směrem k mezi odtržení S , neboť se zvyšuje turbulence v zadní vírové oblasti.



Obr. 6.108. Součinitel odporu koule a válce

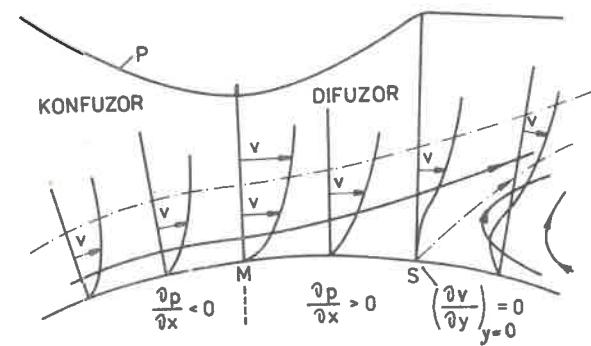
Při dosažení kritické hodnoty $Re_k = 3 \cdot 10^5$ až $4 \cdot 10^5$ splyne bod přechodu T s bodem odtržení S. Turbulentní mezní vrstva má větší odolnost proti odtržení (turbulenci se přivádí do mezní vrstvy energie), a proto se bod odtržení S přemístí s rostoucím Re -číslem ve směru proudu a součinitel odporu se sníží (oblast V). Ke zmenšení součinitele odporu dochází následkem poklesu tlakového odporu. Při $Re > 4,5 \cdot 10^5$ nastává určité zvýšení součinitele odporu (oblast VI), který je v další oblasti (VII) konstantní.

Poloha bodu přechodu T závisí při $Re < Re_{kr}$ na stupni turbulence nabíhajícího proudu, a proto i Re_{kr} se v závislosti na stupni turbulence mění, jak je patrné z výsledků experimentálních měření. Pro určení turbulence lze použít kritické Reynoldsovo číslo. Jako kritické číslo Re_k se označuje velikost Re čísla, při níž je součinitel odporu koule $c = 0,3$.

6.13.4 Úplav

Při podélném obtékání rovinné stěny proudem tekutiny se statický tlak podél stěny nemění $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$. Při obtékání těles, např. válce, koule, profilů, se mění rychlosť na povrchu tělesa, a tím i tlak, který se určí z Bernoulliho rovnice.

Sledujme obtékání zakřiveného povrchu (bod S na obr. 6.109), a to za předpokladu, že tlak vnějšího proudu podél tohoto povrchu se zpočátku zmenšuje, dosahuje minima v bodě M a opět roste. V prvním úseku je tlakový gradient záporný $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$, rychlosť uvnitř mezní vrstvy se zvětšuje, v druhém úseku je tlakový gradient kladný $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ a rychlosť uvnitř mezní vrstvy se zmenšuje.



Obr. 6.109. Obtékání zakřiveného povrchu

V oblasti rostoucího tlaku jsou částice tekutiny ubrzdovány nejen vnitřním třením v prostředí, ale též tlakovým přírůstkem. Rychlostní profil mezní vrstvy se tím deformeuje, objeví se inflexní body, až dojde k tomu, že rychlostní profil svírá se stěnou pravý úhel, což znamená, že částice se zastavily. Na stěně je tečna rychlostního profilu kolmá k obtékanému povrchu

$$\left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0} = 0 \quad (6.237)$$

V dalším průběhu nastává účinkem tlakového spádu, směřujícího proti smyslu proudění, zpětné proudění u stěny. Při styku se základním proudem vzdalují se zpětně se pohybující částice od stěny, což vede k odtržení mezní vrstvy.

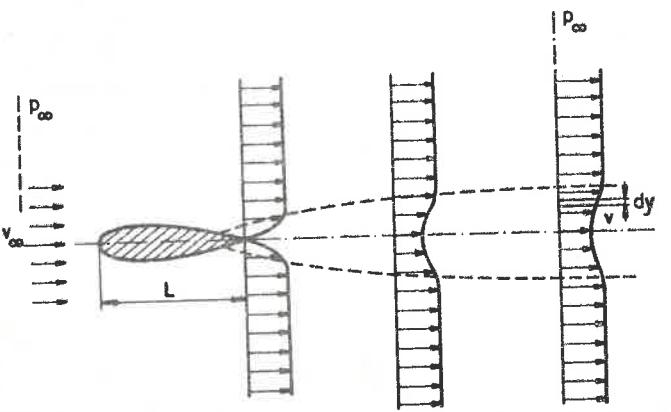
O tom, zda se mezní vrstva odtrhne a v kterém místě, rozhoduje nejen gradient tlaku $\frac{\partial p}{\partial x}$ podél tělesa, ale i zda proudění v mezní vrstvě je laminární nebo turbulentní. V žádném případě, jak je z předchozího patrné, nemůže nastat odtržení mezní vrstvy při obtékání stěny s plynulým obrysem v první oblasti. Na základě řešení Prandtlovy rovnice (6.211), (6.212), rovnice kontinuity (6.213), podmínky dané rovnicí (6.237) a podmínky $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ je možno dokázat, že poloha

bodu odtržení nezávisí u laminární mezní vrstvy na Reynoldsově čísle.

V turbulentní mezní vrstvě vzniká intenzívní výměna hybnosti mezi částicemi kapaliny, a proto i při zvýšeném tření částice ztrácejí kinetickou energii pomaleji. Proto se turbulentní mezní vrstva odtrhne později než laminární.

Zpomalené částice z mezní vrstvy a částice z odtrženého proudu vytvářejí za tělesem úplav. Na obrázku 6.110 jsou znázorněny rychlostní profily v úplavu. Z obrázku je patrné, že s rostoucí vzdáleností od tělesa se přenosem impulsů mezi částicemi úplav rozšiřuje a vyplňuje.

Je-li těleso obtékáno bez odtržení, je úplav tvořen částicemi, jež prošly mezní vrstvou tělesa a jejich rychlosť byla zmenšena. V úplavu není zpětných proudění, je v něm jen pokračování spojených mezních vrstev. Při tomto obtékání je tvar úplavu stejný pro laminární i turbulentní mezní vrstvu. Při



Obr. 6.110. Úplav

turbulentní mezní vrstvě lze však očekávat rychlejší rozširování a vyrovnávání úplavu.

Úplav za tělesy obtékanými s odtržením má jiný charakter. Na zadní straně tělesa je podtlak, který se v úplavu za tělesem zvolna vyrovnává na hodnotu tlaku ve vnějším proudu. Celý úplav je prostoupen víry, tvořícími se za tělesem a odnášenými proudem tekutiny.

Při podkritickém obtékání tupých těles s laminárním odtržením proudu se setkáváme s pravidelným uspořádáním vírů. Víry, které se vytvářejí u stěny obtékaného tělesa za bodem odtržení, se odtrhnou od stěny, jakmile dostatečně narostou, a to střídavě na obou stranách obtékaného tělesa. Za tělesem v úplavu se pak seřazují v pravidelnou dvojitou řadu, je to tzv. Karmánova vírová cesta.

Při nadkritickém obtékání přechází mezní vrstva z laminární do turbulentní, ustává pravidelnost vírů v úplavu a proudění v úplavu je nepravidelné.

Podmínky vzniku a stability těchto vírů zkoumal Karmán. Z průběhu rychlostí v úplavu (obr. 6.110) je patrno, že hybnost proudící tekutiny se snižuje. Tuto hybnost, která je předána obtékanému tělesu a projevuje se jako tvarový (profilový) odpor tělesa, můžeme určit výpočtem z naměřeného průběhu rychlostí za tělesem.

Je-li rychlosť nenarušeného proudu v_∞ , rychlosť v libovolném bodě úplavu v , protéká vrstvou tloušťky dy o jednotkové šířce elementární hmotnostní průtok

$$dQ_m = \rho v dy$$

Elementární úbytek hybnostního toku $dH = \rho v(v_\infty - v) dy$. Odpor (síla způsobující úbytek hybnostního toku) je roven celkovému úbytku hybnostního toku

$$F = \rho \int_{-\infty}^{+\infty} v(v_\infty - v) dy \quad (6.238)$$

Součinitel odporu c je pak, vyjádříme-li charakteristickou plochu tělesa součinem délky L a jednotkové šířky

$$c = \frac{F}{p_d L} = \frac{\rho \int_{-\infty}^{+\infty} v(v_\infty - v) dy}{\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 L} = \frac{2}{L} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{v}{v_\infty} \left(1 - \frac{v}{v_\infty}\right) dy \quad (6.239)$$

Na základě proměnění rychlosťi v úplavu je tedy možno určit profilový odpor tělesa, aniž by bylo nutno určit měřením rozložení tlaků na povrchu obtékaného tělesa a počítat tření mezní vrstvy. Předpokladem je, že rychlostní profil je měřen ve vzdálenosti za tělesem, kde je statický tlak vyrovnan a má původní hodnotu (před tělesem). Jestliže tato podmínka není splněna, je nutno provést korekci.

6.13.5 Obtékání leteckých profilů

Profilům byla věnována velká pozornost v teoretické i experimentální oblasti. Jejich výzkum byl potřebný v leteckém pro správný návrh křídel. Dosažení maximální vztahové síly a minimálního odporu proti pohybu jsou kritérii optimálního profisu. Později se uplatňovaly poznatky o leteckých profilech i ve stavbě lopatkových strojů, axiálních vodních turbín, turbokompresorů, axiálních čerpadel, parních a spalovacích turbín apod. U těchto strojů se uplatňuje řada profilů seřazených za sebou do profilové mříže. Účinnost těchto strojů závisí na vlastnostech profilové mříže, a tím profilů, a to stejných jako u letadla.

Profily je možno rozdělit:

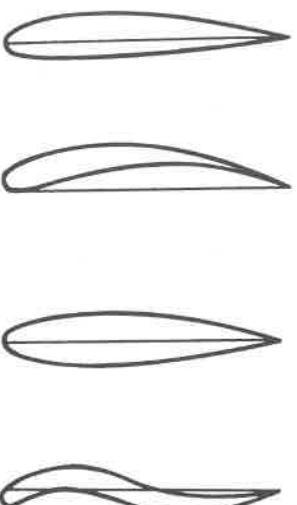
- podle průběhu střední křivky na souměrné a nesouměrné,
- podle spodní hrany profilu (obr. 6.111) na rovné, vyduté, vypuklé a S-profile,
- podle geometrických charakteristik na klasické, laminární, rychlostní, nadzvukové.

Povšimněme si nejdříve geometrických charakteristik profilu, které (spolu s polohou profilu vzhledem k proudu tekutiny – úhel náběhu – a velikostí Reynoldsova čísla) ovlivňují podstatně síly vznikající na obtékaném profilu. Tvar profilu se udává souřadnicemi řady bodů horního $\left(\frac{y_h}{l} 100\%\right)$ i spodního $\left(\frac{y_s}{l} 100\%\right)$ povrchu vyjádřených v procentech hloubky profilu pro polohu $\left(\frac{x}{l} 100\%\right)$ na tělivě.

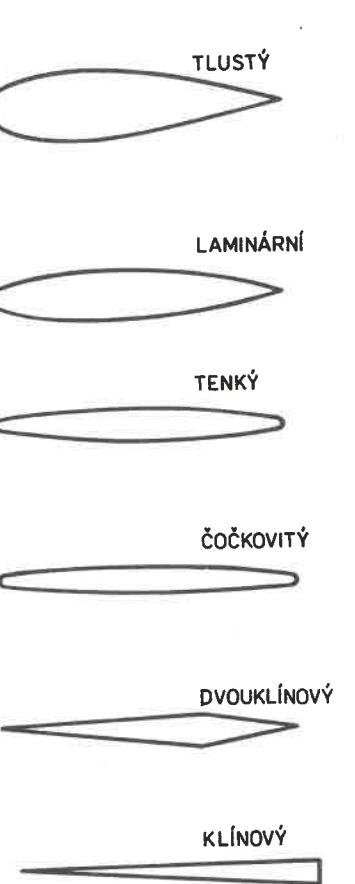
Každý profil má několik základních geometrických charakteristik (obr. 6.113):

- maximální tloušťka profilu t_{max} je průměr největší vepsané kružnice do obrysu profilu,
- poloha maximální tloušťky x_t je vzdálenost maximální tloušťky profilu od náběžné hrany,
- maximální prohnutí střední křivky m je výška nejvyššího bodu střední křivky nad tělivou profilu,
- poloha maximálního prohnutí střední křivky m_x je vzdálenost maximálního prohnutí od náběžné hrany profilu,
- poloměr náběžné hrany r ,
- rozložení tloušťky podél tělivy profilu udává poměrná tloušťka $c = \frac{t}{l} 100\%$.

Vývoj profilu se zvyšováním rychlosti letu je znázorněn na obr. 6.112. Od klasických poměrně tlustých profilů se značným zakřivením ($c = 12$ až 18% , $\frac{x_t}{l} =$



Obr. 6.111. Profily rozložované podle spodní hrany

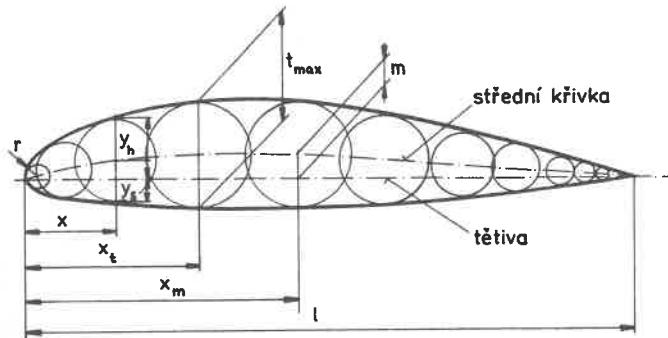
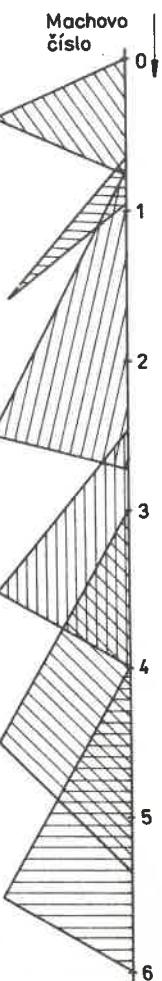


Obr. 6.112. Profily podle geometrických tvarů

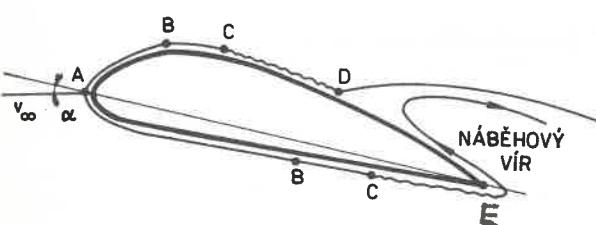
$= 15$ až 30% , $\frac{m}{l} \leq 4\%$) šel vývoj přes laminární profily (profily s nejdelší laminární mezní vrstvou) s relativně dozadu posunutou polohou místa největší tloušťky profilu

$$\left(\frac{x_t}{l} \leq 45\%, \frac{x_m}{l} \leq 45\%, \frac{m}{l} = 2 \text{ až } 4\% \right)$$

k tenkým, málo zakřiveným profilům $\left(c = 8 \text{ až } 10\%, \frac{x_t}{l} \doteq 50\% \right)$ pro transsonické rychlosti. U supersonických profili (nadzvukové při Ma až 5) je poměrná tloušťka ještě nižší, náběžná hrana ostřejší a profil čočkovitý nebo dvouklínový $\left(c = 3 \text{ až } 6\%, \frac{x_t}{l} = 50\% \right)$. Při hypersonických rychlostech ($Ma = 5$ až 7) je



Obr. 6.113. Základní geometrické parametry profilu



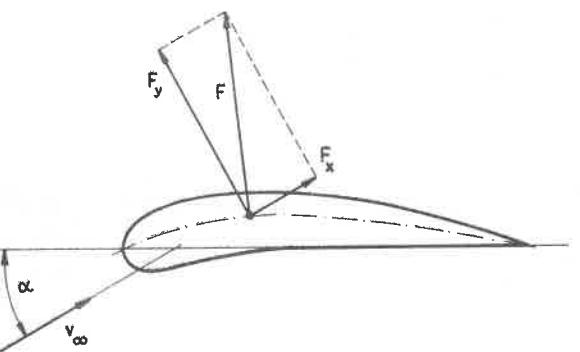
Obr. 6.114. Náběh proudu při obtékání profilu

profil zakončen tupým seříznutím, který má sice vyšší odpor než profil o stejném relativní tloušťce c , ale umožňuje konstrukci pevnějšího a tužšího křídla. Z hlediska pevnosti je vhodné mít maximální tloušťku přibližně v místě působiště vztlaku, které je u nadzvukových profili asi $v \frac{x_t}{l} \doteq 50\%$ hloubky.

Sledujme nyní charakter proudění, rozložení tlaků, síly a momentů sil působících na profil umístěný v proudu tekutiny. Z obrázku 6.114 jsou patrný oblasti při proudění tekutiny v mezní vrstvě (srovnejte obtékání koule a válce, kap. 6.13.3). V náběžném bodě A je následkem poklesu rychlosti nejvyšší tlak, který vlivem rostoucí rychlosti podél profilu klesá, přičemž charakter proudění v mezní vrstvě je laminární. Nejvyšší rychlosť a nejnižší tlak jsou v bodě B, za tímto bodem začíná tlak opět stoupat a rychlosť klesat. V bodě C je dosaženo kritického Reynoldsova čísla a začíná se měnit charakter proudění, laminární mezní vrstva se mění v turbulentní. V úseku C a D roste rychle tloušťka mezní vrstvy, u povrchu obtékánoho tělesa se zmenšuje rychlosť částic tekutiny, až dosáhne na povrchu tělesa nulové hodnoty v bodě D, kde dojde k odtržení mezní vrstvy. Dále má rychlosť opačný smysl (záporné hodnoty), címž vzniká zpětné proudění. Odtržený proud a zpětné proudění vytvářejí víry, které přecházejí do úplavu, v němž je nižší tlak než před obtékáným profilem. Zpětný proud mezi body E a D přitéká při rozběhu proudu ze spodního povrchu profilu a přivádí energii do mezní vrstvy na horním povrchu (náběžový vír). Bod odtržení proudu D se při rozběhu posouvá (při menších úhlech náběhu α) až k odtokové hraně E, což je ustálený stav. S rostoucím úhlem náběhu se za ustáleného stavu posouvají body B, C, D směrem k náběžnému bodu. Při velkých úhlech náběhu může dojít k odtržení

proudů tekutiny na horním povrchu profilu, a to již v laminární části mezní vrstvy, tedy mezi body A až C. V oblasti za bodem odtržení D odpor a vztlak vytvářený touto částí profilu je velmi malý. V menší míře platí totéž pro úsek C–D, kde je proudění turbulentní a mezní vrstva není odtržena. Proto je snaha, aby tento bod byl posunut co nejdále k odtokové hraně, čímž je laminární mezní vrstva na velké části povrchu profilu (laminární profily).

Při návrhu leteckých profilů je nutno vycházet ze zásady, že profil se má používat pouze při těch úhlech náběhu, při nichž je bod odtržení totožný s odtokovou hranou, anebo tak daleko od náběžné hrany, že se podstatně nesnížuje vztlak ani nezvyšuje odpor. Například při zvětšení úhlu náběhu nad kritickou hodnotou dochází k náhlému poklesu vztlaku při zvýšeném odporu, letadlo ztrácí rychlosť a propadá se (přetažení).



Obr. 6.115. Vztlak a odpor profilu

Při obtékání křídla tekutinou působí na křídlo výsledná aerodynamická síla F , kterou rozkládáme do směru shodného se směrem rychlosti nabíhajícího proudu v_∞ , což je odpor F_x , a do směru kolmého k nabíhajícímu proudu, což je vztlak F_y (síla Žukovského) (obr. 6.115):

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = c \rho S \frac{v_\infty^2}{2} = c S p_d \quad (6.240)$$

Jednotlivé složky můžeme vyjádřit vztahem

$$F_x = c_x \rho S \frac{v_\infty^2}{2} \quad (6.241)$$

$$F_y = c_y \rho S \frac{v_\infty^2}{2} \quad (6.242)$$

kde c je součinitel výsledné aerodynamické síly,

c_x – součinitel odporu,

c_y – součinitel vztlaku,

S – půdorysná plocha křídla (součin délky l a šířky b profilu),

p_d – dynamický tlak.

Vznik vztlaku je možno vysvětlit pomocí cirkulace rychlosti kolem profilu. Odvození vztahu mezi vztlakovou silou a cirkulací (Žukovského věta)

$$F_y = \rho \Gamma v_\infty$$

je provedeno v odstavci 5.8.8. Z uvedeného výrazu je patrné, že vztlak není možný bez cirkulace Γ a rychlosti v_∞ . Porovnáním výrazu pro vztlak podle obrazu skutečného obtékání se Žukovského větu

$$F_y = c_y \rho S \frac{v_\infty^2}{2} = \rho \Gamma v_\infty$$

je patrné, že cirkulace je dána vztahem

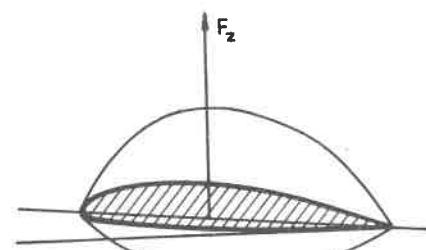
$$\Gamma = \frac{1}{2} c_y S v_\infty \quad (6.243)$$

Cirkulace je závislá na součiniteli vztlaku c_y (tj. tvaru profilu, jakosti povrchu a úhlu náběhu), roste úměrně s velikostí plochy S a s rychlostí nabíhajícího proudu v_∞ .

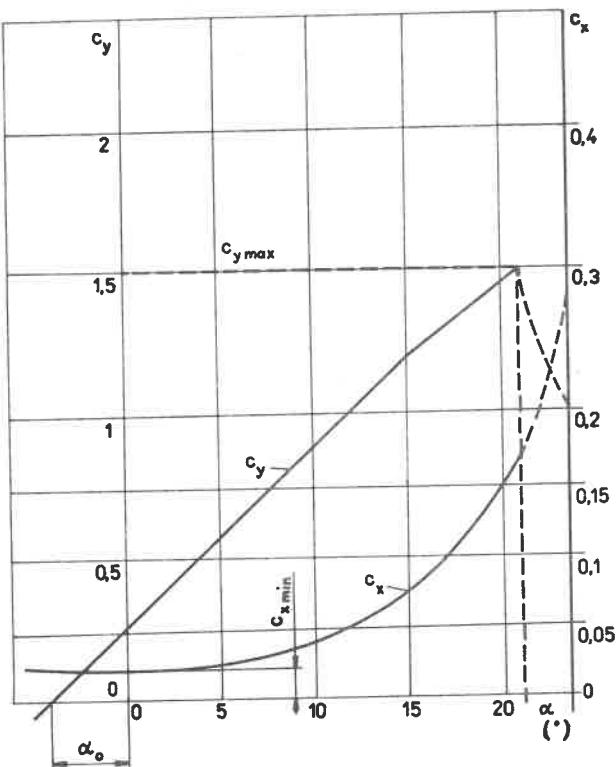
Odpor profilu je složkou výsledné aerodynamické síly a způsobuje, že výsledná aerodynamická síla je skloněna šikmo dozadu vzhledem ke směru proudu. Je součtem odporu třecího, vznikajícího třením častic, popřípadě tlakového. Jeho velikost stejně jako velikost vztlaku je dána při malých rychlostech hlavně tvarem profilu, úhlem náběhu a Reynoldsovým číslem. Dobře obtékání profily mají při malých rychlostech malý tlakový odpor a převažuje odpor tření. Při zvětšování poměrné tloušťky profilu a úhlu náběhu roste význam tlakového odporu, třecí odpor se zpočátku mění jen málo, později klesá. Se vzrůstem tloušťky profilu dochází k růstu hodnoty kladných tlakových gradientů na zadní části profilu. S růstem úhlu náběhu, kdy kladné gradienty tlaku dosahují větších hodnot, může dojít k odtržení proudu. S rostoucím úhlem náběhu roste odpor až do kritické hodnoty, kde vzroste skokem, což je způsobeno především růstem čelního odporu. Nejmenší odpor je při úhlu náběhu, při němž je obtékání plynulé.

S růstem Reynoldsova čísla se u dobré obtékání profilu mění součinitel tlakového odporu jen nepatrně vlivem zmenšující se tloušťky mezní vrstvy a oblasti odtržení. Současně se při růstu Re-čísla zmenšuje i součinitel tření. Reynoldsovo číslo má vliv na odtržení proudu, neboť vzrůst Re-čísla zvyšuje turbulenci mezní vrstvy a při větších úhlech náběhu může významně zmenšit součinitel tlakového odporu, neboť odtržení se přemístí k odtokové hraně profilu.

Rozložení tlaku po hloubce profilu určuje působiště vztlaku, a tím i velikost klopného momentu na křídle. Působiště vztlaku je v místě těžiště ploch znázorňujících průběh vztlakové síly po profilu (obr. 6.116). Tato síla na ramenu dává klopný moment, přičemž pro jeho velikost i smysl je důležitý bod, k němuž se bude vztahovat. V praxi se užívá náběžná hrana (moment M_o), bod v 25 % hloubky profilu (moment $M_{0,25}$) a aerodynamický střed (moment M), což je bod na



Obr. 6.116. Rozložení tlaku po profilu



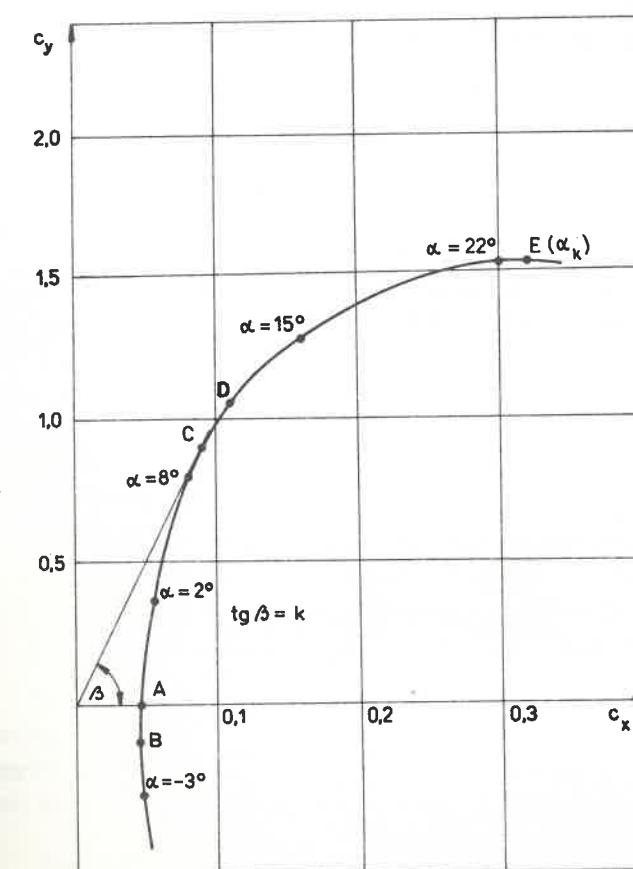
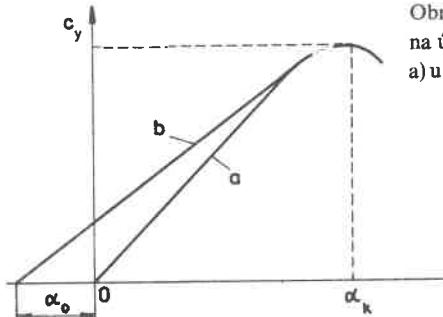
Obr. 6.117. Rozložená polára

profilu, k němuž zůstává moment M pro všechny úhly náběhu při nezměněném charakteru obtékání stálý.

Při použití leteckého profilu musíme znát hodnoty součinitele vztlaku, odporu a momentového součinitele, které vzhledem k tomu, že přesný analytický výpočet není možný, určujeme experimentálně měřením na zmenšených modelech v aerodynamickém tunelu. Experimentálně určené součinitele c_x , c_y pro určitý profil znázorňujeme v závislosti na úhlu náběhu (obr. 6.117), což je rozložená polára. V oblastech malých úhlů náběhu α je možné průběh součinitele vztlaku c_y považovat za lineární. Úhel náběhu, při němž je $c_y = 0$, označujeme α_0 . Tento úhel je vždy záporný. Průběh součinitele vztlaku c_y v závislosti na úhlu náběhu α je pro souměrný profil dán křivkou a (obr. 6.118), pro nesouměrný profil křivkou b. Nesouměrné profily při nulovém i při záporném úhlu ($\alpha > \alpha_0$) náběhu vykazují ještě vztlak, u souměrných profili je $c_y = 0$ při úhlu náběhu $\alpha = 0$. Z obrázku je patrné, že součinitel vztlaku c_y roste lineárně s úhlem náběhu α . Změna nastává teprve při dosažení úhlu náběhu, při němž se naruší plynulé obtékání profilu a dochází k odtržení proudu na profilu. Po překročení kritického úhlu náběhu α_k klesá součinitel vztlaku.

Jiný způsob grafického znázornění součinitelů c_x , c_y a úhlu α je polára profilu (obr. 6.119), kde na svislé ose je vynesen součinitel vztlaku c_y , na vodorovnou součinitel odporu c_x a na vzniklé křivce se vyznačují hodnoty úhlu náběhu.

Obr. 6.118. Průběh součinitele vztlaku v závislosti na úhlu náběhu
a) u souměrného profilu, b) u nesouměrného profilu



Obr. 6.119. Polára profilu

Podle tvaru poláry je možno usuzovat na použitý profil. Pro laminární profil má polára při nižších úhlech náběhu nižší hodnoty součinitelů.

Povšimněme si, jak z tvaru poláry lze usuzovat na vlastnosti a chování profilu při různých režimech letu.

7 Fyzikální podobnost v mechanice tekutin

Body poláry jsou určeny:

- A – úhel náběhu při nulovém vztlaku, který charakterizuje režim letu střemhlav.
(Jen u symetrických profilů je totožný s nulovým úhlem náběhu.)
- B – úhel náběhu, při němž je minimální odpor (u některých letounů jsou body A a B shodné).
- C – úhel náběhu, při němž poměr $\frac{c_y}{c_x} = k$ je maximální (maximální jemnost profilu). Odpovídá maximálnímu dokluzu letounu bez motoru, neboť poletí-li letoun pod tímto úhlem náběhu, nejdále doletí z dané výšky.
- D – úhel náběhu, při němž je poměr $\frac{c_x}{c_y^{3/2}}$ minimální. Tento úhel náběhu odpovídá režimu letu s nejmenším výkonem motoru. Jeho poloha na poláře se určí výpočtem.
- E – úhel náběhu α_k , při němž je c_y maximální, odpovídá minimální rychlosti ve vodorovném letu. Po překročení kritického úhlu náběhu se začínají odtrhávat proudnice a letoun přechází při souměrném odtržení proudnic na obou křídlech do pádu. Při nesouměrném odtržení proudnic vlivem vybočení přejde letoun do vývrtky. S úhlem o něco menším než α_k letoun přistává a startuje.

Rozbor polár poskytuje cenné vodítko jak pro posuzování vlastností již hotových profilů, tak i pro navrhování profilů nových, a to jak leteckých profilů, tak i lopatek turbín, kompresorů apod.

Kromě vlastní poláry se zakresluje často i momentová čára, která vyjadřuje polohu působiště aerodynamických sil na profilu pro různé úhly náběhu. Protože působiště aerodynamických sil by nemělo příliš měnit svou polohu, je ideální momentovou čárou svislá přímka.

Experimentální práce v hydraulické laboratoři je velmi významnou složkou výzkumné práce. Zkoumají se modely nejrůznějších strojů a zařízení, aby se poznaly jejich základní vlastnosti nebo zjistily a opravily vady, ověřují se teoretické předpoklady návrhu či projektu a velmi často se pokusně zjišťují vzájemné závislosti zúčastněných veličin. Výsledky získané měřením na modelu se pak přepočítávají na skutečné zařízení, tzv. dílo. Prozkoumání jevu na modelu umožnuje také zavést opravné součinitele do teoreticky odvozených rovnic, jejichž řešení bylo založeno na zjednodušujících předpokladech (aby se matematické řešení usnadnilo nebo zjednodušilo), které se však od skutečných poměrů částečně odchylují. V některých složitých případech, které nejsou dosud teoreticky řešitelné, se pro praxi získávají experimentem potřebné vztahy veličin.

Model se zhotovuje téměř vždy menší než dílo, proto je levnější, lehčí, manipulace s ním je snadnější, výroba modelu kratší a lze s ním experimentovat v laboratořích. Menší náklady umožňují vyšetřovat na modelu několik alternativ, provádět úpravy během experimentování.

Výsledky měření na modelu, mají-li splnit svůj úkol, je nutno přepočítat na skutečné provedení – dílo, což se provádí na základě poznatků teorie fyzikální podobnosti. Fyzikální podobnost stanoví podmínky, za nichž je zkoumaný jev na modelu fyzikálně podobný jevu ve skutečném provedení – díle.

7.1 PODOBNOSTNÍ ČÍSLA

Nutnou podmínkou fyzikální podobnosti je splnění podmínek geometrické podobnosti.

Kritériem geometrické podobnosti je konstantní poměr odpovídajících si hlavních rozměrů na modelu a díle. Matematicky lze vyjádřit toto kritérium např. takto:

$$\frac{l_{1m}}{l_{2m}} = \frac{l_{1d}}{l_{2d}} = \text{konst}; \quad \frac{l_{1m}}{l_{3m}} = \frac{l_{1d}}{l_{3d}} = \text{konst}$$

nebo

$$\frac{l_{1m}}{l_{1d}} = \frac{l_{2m}}{l_{2d}} = \frac{l_{3m}}{l_{3d}} = \text{konst}$$

Je známo, že při splnění podmínek geometrické podobnosti jsou odpovídající úhly na modelu a díle stejně.